Conjugaison de la distribution Beta

a priori **Beta :** $\pi = \text{Beta}(\alpha, \beta)$

Loi *a posteriori* associée : ...

Conjugaison de la distribution Beta

***a priori* Beta :** $\pi = \text{Beta}(\alpha, \beta)$

Loi *a posteriori* associée : $p(\theta|\mathbf{y}) \propto \theta^{\alpha+S-1}(1-\theta)^{\beta+(n-S)-1}$

...

Le signe $\propto$ signifie « proportionel à »

Conjugaison de la distribution Beta

***a priori* Beta :** $\pi = \text{Beta}(\alpha, \beta)$

Loi *a posteriori* associée : $p(\theta|\mathbf{y}) \propto \theta^{\alpha+S-1}(1-\theta)^{\beta+(n-S)-1}$

$\Rightarrow \theta|\mathbf{y} \sim \text{Beta}(\alpha + S, \beta + (n - S))$

Le signe $\propto$ signifie « proportionel à »

Conjugaison de la distribution Beta

***a priori* Beta :** $\pi = \text{Beta}(\alpha, \beta)$

Loi *a posteriori* associée : $p(\theta|\mathbf{y}) \propto \theta^{\alpha+S-1}(1-\theta)^{\beta+(n-S)-1}$

$\Rightarrow \theta|\mathbf{y} \sim \text{Beta}(\alpha + S, \beta + (n-S))$

On parle alors de **distributions conjuguées** car les distributions ***a posteriori*** et ***a priori*** appartiennent à la **même famille paramétrique**

Le signe $\propto$ signifie « proportionel à »

Impact du choix de l'*a priori*

Interprétation de l'*a priori*	Paramètres de la distribution Beta	$P(\theta \geq 0,5 \| \boldsymbol{y})$
#garçons > #filles	$\alpha = 0,1; \beta = 3$	$1,08\ 10^{-42}$
#garçons < #filles	$\alpha = 3; \quad \beta = 0,1$	$1,19\ 10^{-42}$
#garçons = #filles	$\alpha = 4; \quad \beta = 4$	$1,15\ 10^{-42}$
#garçons ≠ #filles	$\alpha = 0,1; \beta = 0,1$	$1,15\ 10^{-42}$
non-informatif	$\alpha = 1; \quad \beta = 1$	$1,15\ 10^{-42}$

Pour 493 472 nouveaux-nés dont 241 945 filles

Impact du choix de l'*a priori*

Interprétation de l'*a priori*	Paramètres de la distribution Beta	$P(\theta \geq 0,5 \mid \boldsymbol{y})$
#garçons > #filles	$\alpha = 0,1; \beta = 3$	$1,08\ 10^{-42}$
#garçons < #filles	$\alpha = 3; \quad \beta = 0,1$	$1,19\ 10^{-42}$
#garçons = #filles	$\alpha = 4; \quad \beta = 4$	$1,15\ 10^{-42}$
#garçons ≠ #filles	$\alpha = 0,1; \beta = 0,1$	$1,15\ 10^{-42}$
non-informatif	$\alpha = 1; \quad \beta = 1$	$1,15\ 10^{-42}$

Pour 493 472 nouveaux-nés dont 241 945 filles

Interprétation de l'*a priori*	Paramètres de la distribution Beta	$P(\theta \geq 0,5 \mid \boldsymbol{y})$
#garçons > #filles	$\alpha = 0.1, \beta = 3$	0.39
#garçons < #filles	$\alpha = 3, \quad \beta = 0.1$	0.52
#garçons = #filles	$\alpha = 4, \quad \beta = 4$	0.46
#garçons ≠ #filles	$\alpha = 0.1, \beta = 0.1$	0.45
non-informatif	$\alpha = 1, \quad \beta = 1$	0.45

Pour 20 nouveaux-nés dont 9 filles

Impact de différent *a priori* Beta pour 20 naissances observées