Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

   . . .

2. **La loi *a priori***

   . . .

3. **La distribution *a posteriori***

   . . .

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

$$f(\boldsymbol{y}|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta^{y_i}(1-\theta)^{(1-y_i)} = \theta^S(1-\theta)^{n-S} \qquad \text{où } S = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. **La loi *a priori***

   ...

3. **La distribution *a posteriori***

   ...

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

$$f(\boldsymbol{y}|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta^{y_i}(1-\theta)^{(1-y_i)} = \theta^S(1-\theta)^{n-S} \qquad \text{où } S = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. **La loi *a priori***

   Uniforme : $\pi(\theta) = 1$

3. **La distribution *a posteriori***

   . . .

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

$$f(\boldsymbol{y}|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta^{y_i}(1-\theta)^{(1-y_i)} = \theta^S(1-\theta)^{n-S} \qquad \text{où } S = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. **La loi *a priori***

   Uniforme : $\pi(\theta) = 1$

3. **La distribution *a posteriori***

$$p(\theta|\boldsymbol{y}) = \frac{\theta^S(1-\theta)^{n-S}}{f(\boldsymbol{y})} = p(\theta|\boldsymbol{y}) = \binom{n}{S}(n+1)\theta^S(1-\theta)^{n-S}$$

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

$$f(\boldsymbol{y}|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta^{y_i}(1-\theta)^{(1-y_i)} = \theta^S(1-\theta)^{n-S} \qquad \text{où } S = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. **La loi *a priori***

   Uniforme : $\pi(\theta) = 1$

3. **La distribution *a posteriori***

$$p(\theta|\boldsymbol{y}) = \frac{\theta^S(1-\theta)^{n-S}}{f(\boldsymbol{y})} = p(\theta|\boldsymbol{y}) = \binom{n}{S}(n+1)\theta^S(1-\theta)^{n-S}$$

Pour répondre à notre question d'intérêt, on peut alors calculer : ...

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

$$f(\boldsymbol{y}|\theta) = \prod_{i=1}^{n} \theta^{y_i}(1-\theta)^{(1-y_i)} = \theta^S(1-\theta)^{n-S} \qquad \text{où } S = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

2. **La loi *a priori***

   Uniforme : $\pi(\theta) = 1$

3. **La distribution *a posteriori***

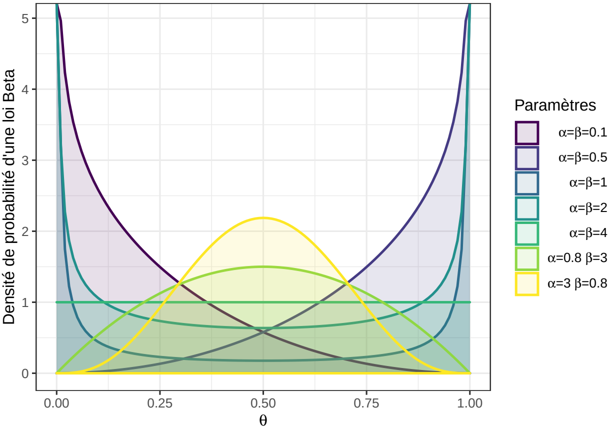
$$p(\theta|\boldsymbol{y}) = \frac{\theta^S(1-\theta)^{n-S}}{f(\boldsymbol{y})} = p(\theta|\boldsymbol{y}) = \binom{n}{S}(n+1)\theta^S(1-\theta)^{n-S}$$

Pour répondre à notre question d'intérêt, on peut alors calculer :

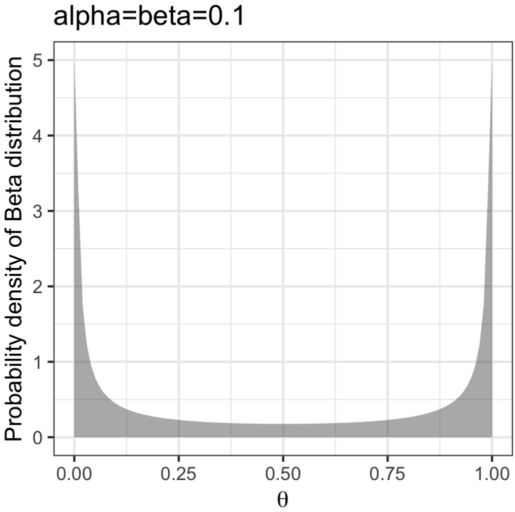
$$P(\theta \geq 0.5|\boldsymbol{y}) = \int_{0.5}^{1} p(\theta|\boldsymbol{y}) = \binom{n}{S}(n+1)\int_{0.5}^{1} \theta^S(1-\theta)^{n-S}\mathrm{d}\theta \approx 1.15\ 10^{-42}$$

La distribution Beta

$$f(\theta) = \frac{(\alpha+\beta-1)!}{(\alpha-1)!(\beta-1)!}\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1} \text{ pour } \alpha > 0 \text{ et } \beta > 0$$



Exemples de paramétrisations pour la distribution Beta


alpha=beta=0.1
Probability density of Beta distribution
0
1
2
3
4
5
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
θ

Conjugaison de la distribution Beta

***a priori* Beta :** $\pi = \text{Beta}(\alpha, \beta)$

Loi *a posteriori* associée : ...