Retour à l'exemple historique de Laplace

1. **La question**

   ...

2. **Modèle d'échantillonnage**

   ...

3. **Distribution *a priori***

   ...

Retour à l'exemple historique de Laplace

1. **La question**

   Quand un enfant nait, est-il plus probable que ce soit une fille plutôt qu'un garçon ?

2. **Modèle d'échantillonnage**

   ...

3. **Distribution *a priori***

   ...

Retour à l'exemple historique de Laplace

1. **La question**

   Quand un enfant nait, est-il plus probable que ce soit une fille plutôt qu'un garçon ?

2. **Modèle d'échantillonnage**

   Distribution de Bernoulli : $Y_i = 1$ si le nouveau né i est une fille, 0 si c'est un garçon

$$Y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta) \qquad \theta \in [0,1]$$

3. **Distribution *a priori***

   . . .

Retour à l'exemple historique de Laplace

1. **La question**

   Quand un enfant nait, est-il plus probable que ce soit une fille plutôt qu'un garçon ?

2. **Modèle d'échantillonnage**

   Distribution de Bernoulli : $Y_i = 1$ si le nouveau né i est une fille, 0 si c'est un garçon

   $$Y_i \sim \text{Bernoulli}(\theta) \qquad \theta \in [0,1]$$

3. **Distribution *a priori***

   Un *a priori* uniforme sur θ (la probabilité qu'un nouveau né soit une fille plutôt qu'un garçon) :

   $$\theta \sim \mathscr{U}_{[0,1]}$$

Distribution *a posteriori*

L'objet de la modélisation bayésienne : **inférer la distribution *a posteriori*** des **paramètres**

- **Loi *a posteriori*** : la loi de θ conditionnellement aux observations $p(\theta|\boldsymbol{Y})$

Distribution *a posteriori*

L'objet de la modélisation bayésienne : **inférer la distribution *a posteriori* des paramètres**

- **Loi *a posteriori*** : la loi de θ conditionnellement aux observations $p(\theta|\boldsymbol{Y})$

Théorème de Bayes :

$$p(\theta|\boldsymbol{y}) = \frac{f(\boldsymbol{y}|\theta)\pi(\theta)}{f(\boldsymbol{y})}$$

où $f(\boldsymbol{y}) = \int_\Theta f(\boldsymbol{y}|\theta)\pi(\theta)\,\mathrm{d}\theta$ est la loi marginale des données

Distribution *a posteriori*

L'objet de la modélisation bayésienne : **inférer la distribution *a posteriori* des paramètres**

- **Loi *a posteriori*** : la loi de θ conditionnellement aux observations $p(\theta|\boldsymbol{Y})$

Théorème de Bayes :

$$p(\theta|\boldsymbol{y}) = \frac{f(\boldsymbol{y}|\theta)\pi(\theta)}{f(\boldsymbol{y})}$$

où $f(\boldsymbol{y}) = \int_\Theta f(\boldsymbol{y}|\theta)\pi(\theta)\,\mathrm{d}\theta$ est la loi marginale des données

La distribution *a posteriori* est calculée à partir :

1. du modèle d'échantillonnage $f(y|\theta)$ – qui donne la vraisemblance $f(\boldsymbol{y}|\theta)$ pour l'ensemble des observations
2. de la loi *a priori* $\pi(\theta)$

Application à l'exemple historique

1. **La vraisemblance**

   ...

2. **La loi *a priori***

   ...

3. **La distribution *a posteriori***

   ...